不確定要因を考慮した鋼構造部材の座屈耐荷力評価法に関する基礎的研究

FUNDAMENTAL STUDY ON EVALUATION METHOD FOR ULTIMATE STRENGTH OF STEEL STRUCTURAL MEMBERS CONSIDERING VARIOUS KINDS OF UNCERTAINTIES

北田　俊行[1]　山口　隆司[2]　松村　政秀[3]　岑山　友紀[4]
Toshiyuki Kitada　Takashi Yamaguchi　Masahide Matsumura　Yuki Mineyama

1．本研究の背景・目的

橋梁などの鋼構造物の設計において，長年用いられてきた許容応力度設計法から限界状態設計法への移行の取り組みが活発に行われている．この許容応力度設計法では，例えば，安全率が荷重の種類ごとに定められておらず，単一の安全率が用いられていること，不確定量として扱われなければならない荷重や鋼材の特性などを確定量として扱っていることなどの問題点が指摘されている．限界状態設計法は，これらの問題点を克服すべく考え出されたものであり，イギリスやアメリカなどの諸外国ではすでに採用され，実績を上げつつある．現在，我が国においても，限界状態設計法への移行を視野に性能照査型設計法への移行の取り組みが行われている．

限界状態設計法では，本来ばらつきを有する橋梁の荷重や材料強度などを確定量ではなく，確率変数として扱い，これをもとに構造物の安全性を評価する．そのため，設計変数の統計データを基に，強度および荷重を統計的に評価し，橋全体を 1 つのシステムとして整合性の取れた設計手法，強度評価手法が必要である．そこで本研究では，様々な不確定量を適切に考慮した，合理的な設計法を確立するための基礎的研究として，鋼構造部材の基本的な構造要素である周辺単純支持板を対象に，初期たわみを考慮した終局強度評価式の提案と初期たわみおよび鋼材の降伏点を確率変数として考慮した終局強度評価手法について検討している．

2．対象モデルの設定

対象モデルは，アスペクト比α(=a/b，a：板長さ，b：板幅)が 1.0 の一様圧縮変位を受ける周辺単純支持板とした．要素分割は， x 軸方向および y 軸方向ともに 20 等分に分割した．鋼材は SS400 材と仮定した．本研究では，主として評価手法の検討に重点を置いているため，残留応力は考慮していない．本研究で用いる周辺単純支持板の幅厚比パラメータ R は，次式で表される．

$$R=\frac{b}{t}\sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}\cdot\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k}} \tag{1}$$

ここに，b：板幅，t：板厚，σ_Y：降伏点，E：ヤング率，ν：ポアソン比，および k：座屈係数(=4.0)である．

さらに初期たわみは，式(2)のような sin 波形とした．

$$w_0=w_{max}\sin\frac{\pi x}{b}\sin\frac{\pi y}{a} \tag{2}$$

ここに，w_0：初期たわみ，および w_{max}：初期たわみの最大量である．

解析は，鋼構造物の弾塑性有限要素解析で実績のある解析コード USSP[1]を用い，載荷辺の変位を強制的に漸増させ，最大荷重が得られるまで解析を行った．なお，得られた最大荷重を終局荷重とし，板の断面積で除すことにより，終局強度（終局応力度）を求めた．

3.初期不整感度則による周辺単純支持板の終局強度評価

3.1 初期不整感度則

一般に，座屈が発生する構造系の終局強度は，初期不整により強度が低下する．初期不整感度則は，初期不整をεとするとき，初期不整を持つ不完全系の終局強度は次式のように表すことができるとされている[2]．

$$\sigma_u=\sigma_0-a\varepsilon^{\rho}+\text{高次項} \tag{3}$$

この初期不整感度則では，弾性座屈に対して，ρ=2/3 である 2/3 乗則やρ=1 である 1 乗則が適用できることを既に明らかにされている．しかし，塑性座屈に対しては明らかにされていない．そこで本研究では，塑性座屈が支配的な場合に対して，新たにρ=2 である 2 乗則を提案し，塑性座屈および弾塑性座屈に対する初期不整感度則の適用性を検討するため，塑性座屈が支配的である場合には式(4)を，弾塑性座屈が支配的である場合には式(5)を，弾性座屈が支配的である場合には式(6)を提案した．

$$\sigma_u=\sigma_0-a\varepsilon^{2/3}-b\varepsilon^2 \quad \text{(2 乗則)} \tag{4}$$

$$\sigma_u=\sigma_0-a\varepsilon-b\varepsilon^{2/3}-c\varepsilon^2 \quad \text{(2/3 乗則)} \tag{5}$$

$$\sigma_u=\sigma_0-a\varepsilon-b\varepsilon^{2/3} \quad \text{(1 乗則)} \tag{6}$$

ここに，σ_u：終局強度，σ_0：ε=0.001 における終局強度，

1) 大阪市立大学大学院 教授 ， 2) 大阪市立大学大学院 助教授
3) 大阪市立大学大学院 助手 ， 4) 技術グループ 設計部 大阪チーム

R：幅厚比パラメータ，ε：初期不整，($\varepsilon = w_{max}/t$　w_{max}：最大初期たわみ量，t：板厚)，ρ：特異点の種類により決まる初期感度則係数である．

対象モデルについては，既に 2 章で示した周辺単純支持板とし，幅厚比パラメータ R は，0.1 から 2.0 まで 20 パターンとした．初期たわみは，式(2)に示す sin 波形とし，その初期不整εを $w_{\max}/t$（ここで，$w_{\max}$：初期たわみの最大量，t：板厚とする．）で定義し，0.001 から 0.3 までの 27 パターンとした．

3.2 解析結果および初期不整感度則の適用性

解析結果として，初期不整感度則係数ρと幅厚比パラメータ R の関係を**図-1** に示す．また，**図-2** に解析結果と式(4)から(6)を適用した結果を示す．ここで，**図-2** には塑性座屈，弾塑性座屈，弾性座屈が支配的であると考えられる，代表的な幅厚比パラメータ R=0.3，1.0，1.6 の場合を示している．ここで，解析結果を点で，適用結果を実線で示している．

図-1 より，幅厚比パラメータ R が小さい場合，すなわち塑性座屈が支配的な場合，2 乗項の影響が大きくなり，

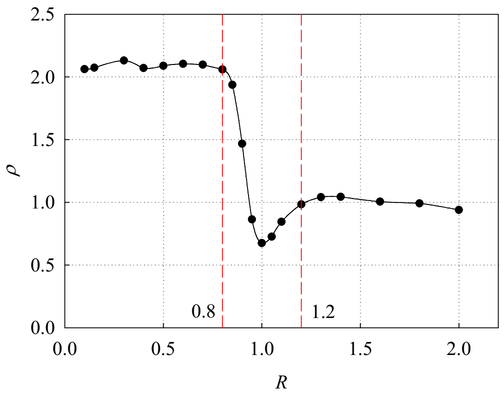

図-1　初期不整感度係数ρと幅厚比パラメータ Rの関係

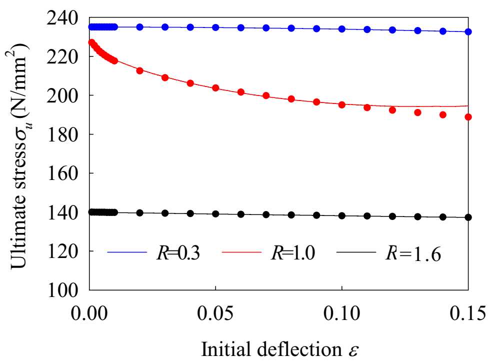

図-2　解析結果と適用結果の比較

表-1　各係数と幅厚比パラメータの関係

	1乗項	2/3乗項	2乗項
$R<0.8$		$-0.9888R^2-2.326R+0.449$	$-2648R^2+1204R-193.9$
$0.8 \leqq R \leqq 1.0$	$48250R^2-86360R+38110$	$-14650R^2+25250R-10800$	$113300R^2-169800R+62650$
$1.0 \leqq R \leqq 1.2$	$11060R^2-24880R+13850$	$-6617R^2+15560R-9138$	$4178R^2-14170R-11130$
$1.2<R$	$-112.7R^2-+450.9R+456.2$	$-5.597R^2-19.89R+17.02$	

幅厚比パラメータ R が大きい場合，すなわち弾性座屈が支配的な場合，1 乗項の影響が大きくなることを示している．さらに，幅厚比パラメータ R が，$0.8 \leqq R \leqq 1.2$ の場合，すなわち弾塑性座屈が支配的な場合，2 乗項から 1 乗項への遷移区間であり 2/3 乗項の影響を強く受けていることを示している．

図-2 より，解析結果は，初期不整感度則により，精度良く近似できていることがわかる．これより，従来の弾性座屈に対する 2/3 乗則，1 乗則に加えて，塑性座屈および弾塑性座屈が支配的な領域について 2 乗則を新たに提案することにより，初期不整感度則が塑性挙動および弾塑性挙動にも適用が可能であることを明らかにした．**図-2** で示す初期不整感度則を適用した後，その係数を求め，幅厚比パラメータの二次関数で近似した結果を，**表-1** に示す．以上より，弾性座屈が支配的な領域に，その適用性が明らかにされていた初期不整感度則について，塑性座屈および弾塑性座屈域に適用範囲を拡大し，初期不整感度則の適用が可能であることを明らかにした．また，その際の係数が，幅厚比パラメータで近似可能であることを提案した．

4.不確定要因を考慮した周辺単純支持板の終局強度評価

4.1 対象モデルと限界状態

2 章で示したモデルを対象に，初期たわみおよび鋼材の降伏点の 2 つを確率変数として，RSM（Response Surface Method）による終局強度評価手法について検討した．具体的には，初期たわみおよび鋼材の降伏点を確率変数 X_1，X_2 とし，弾性座屈，弾塑性座屈，塑性座屈が支配的な領域の 3 つの領域を対象とし，幅厚比パラメータ R が 0.3，1.0，1.6 の場合について検討した．本研究では，式(7)のような限界状態関数を定義した．

$$g(x)=f(\varepsilon,\ \sigma_y)-\sigma_u/1.7 \qquad (7)$$

ここで，降伏点を鋼材の公称降伏点 F_y とし，初期たわみの最大値を道路橋示方書(以下，道示とする．)で規定される最大許容たわみ$\varepsilon_{\max}$(= $l/150$　(l：板幅))とした場合の終局強度σ_uを道示で示される安全率 1.7 で除したものを，ある不確定量を有する場合の終局強度から引くことで限界状態関数を定義している．この限界を超過する確率，すなわち破壊確率 P_fを求めることで終局強度を評価する．本解析で用いた，初期たわみおよび鋼材の降伏点の確率分布特性を**表-2** に示す．

4.2 評価手法

本研究では，限界状態を超過する破壊確率 P_fを求める手法として，RSM を用いる．RSM のフローチャートを**図-3** に示す．また，RSM か

表-2　確率分布特性

	分布形状	平均値 μ	標準偏差 σ	変動係数 V
最大初期たわみ　ε (mm)	Normal	0.16	0.28	1.73
降伏点　σ_y (N/mm^2)	Normal	293.75	23.50	0.08

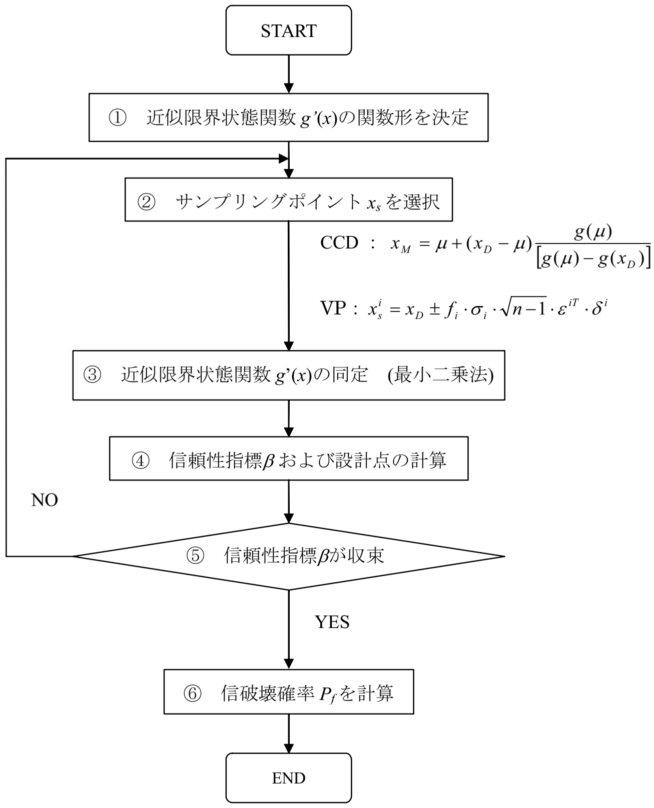

図-3　RSMのフローチャート

ら得られた解の検証を行うために，2 種類の異なるサンプリングポイントの更新方法によりそれを求め，得られた解を比較し，解の検証を行う．さらに，モンテカルロシミュレーション(MCS)も行い，MCS の解との比較からも検証を行う．なお，サンプリングポイント選択に用いた 2 種類の方法とは，Conventional Central composite Design method(CCD)による方法と，Vector Projection(VP)による方法である．

RSM では，図-3 の手順①に示すように，近似限界状態関数の近似式の関数形を決定する．本研究では，はじめに，$f(\varepsilon, \sigma_y)$についての近似関数 $f'(x)$の関数形を決める．ここで，CCD の場合，R=0.3，1.6 の場合に対して式(8)を用いた．R=1.0 の場合は，初期たわみが大きくなると終局強度が低下し，ある程度以上の初期たわみになると終局強度が一定となる．そのため，これを考慮し．式 (9)に示す近似関数として用いた．

$$f'(x)=a+bX_1+cX_2+cX_1^2+dX_2^2 \quad (8)$$

$$f'(x)=a+bX_1+cX_2+cX_1^{-2}+dX_2^2 \quad (9)$$

次に，サンプリングポイントは 9 点(平均値(μ_i)と平均値まわりの点($\mu_i \pm f_i\sigma_i$, 本研究ではf_i=1 または 2, $\sqrt{2}$))とし，FEM による解析を行う．そして，FEM による解析の結果を用いて最小二乗法（Least Square Method，LSM）により近似関数を同定し，限界状態関数である式(7)において，FORM（First Order Reliability Method）または SORM（Second Order Reliability Method）により，信頼性指標βを求める．そして，手順②に戻り，図-3 に示す CCD の式により，中心点を計算し再度繰り返し計算し，信頼性指標βが収束するまで，繰り返し計算を行う．信頼性指標βが収束後，限界状態を超える破壊確率 P_fを求める．

VP では，CCD より精度よく解が求められること，また，R=0.3 や 1.6 の場合では非線形性が弱いと考えられるため，$f(\varepsilon, \sigma_y)$を近似させる場合，以下のような 1 次関数式(10)を用いて近似関数を作成した．

$$f'(x)=a+bX_1+cX_2 \quad (10)$$

一方，R=1.0 の場合は，非線形性が強いと考えられため，CCD と同様に式(7)を用いて近似面を作成した．そして，はじめに CCD により，サンプリングポイント 5 点(平均値(μ_i)と平均値まわりの点($\mu_i \pm f_i\sigma_i$, 本研究では f_i=1 または 2))とし，FEM による解析を行う．次に，図-3 に示す VP の式により，サンプリングポイントを求める．以降の手順は CCD と同様である．

本解析では，近似限界状態関数を作成する際に，初期たわみの絶対値を用いる．また CCD では，サンプリングポイントを選択する際，設計点の絶対値が大きく影響するため，初期たわみεを道示の最大許容たわみε_{max}で，降伏点σ_y を公称降伏点 F_y で正規化した無次元化変数を用いた．VP については，サンプリングポイントを選択する際，設計点の絶対値よりも，ベクトルの方向が大きく影響を及ぼすため，正規化せず変数をそのまま用いた．

4.3 結果と考察

幅厚比パラメータ R=1.0 の場合に対して，MCS より得られた終局強度σ_u のヒストグラムを図-4 に，MCS における，初期たわみ，降伏点および終局応力の確率分布特性を表-3 に，RSM の収束状況を表-4 にそれぞれ示す．また，MCS の結果と CCD による収束状況の過程を図-5 に示す．また，R=0.3，1.0，1.6 のそれぞれについて，MCS と RSM の結果の比較を表-5 に示す．図-4 には，3,000 回の MCS より算出した終局応力σ_u の平均値と標準偏差を用い，その確率分布を正規分布と仮定した場合の確率密度関数を実線で示している．なお，MCS における破壊確率は，この確率密度関数を用いて算出している．

表-5 より，CCD，VP，それぞれを用いた RSM による信頼性指標は，両者がよく一致しており，十分精度良く信頼性指標が評価されていると判断できる．実際，3,000 回のシミュレーション結果では，設定している限界状態を超過する事象は生じておらず，シミュレーション回数

が絶対的に少ない．信頼性指標が 7 から 8 の範囲では，少なくとも 10^{13} 回のシミュレーションが必要であるとされている [4]．さらに，その力学的挙動が複雑な場合，破壊面を数式化することは難しい．しかし，RSM により，わずかな時間と労力で，十分な精度を有する破壊確率 P_f を得ることができた．このように設計点付近で近似面を作成して破壊確率 P_f を求める RSM は非常に有用であると考えられる．さらに，国内外の代表的な設計基準で示されている目標信頼性指標 β は 3.8 程度であり，本研究で得られた信頼性指標は，その 2 倍近い値となり，限られた場合ではあるが，道示の安全率はかなり安全側を見込んで設計されていると判断することができる．

5. 結論と今後の課題

1) 弾性座屈が生じる構造系に対して従来適用されてきた初期不整感度則の 2/3 乗則および 1 乗則を，塑性座屈，弾塑性座屈が支配的な領域に対して適用した結果，初期不整感度則の 2 乗則により，周辺単純支持板の終局強度を評価できることがわかった．さらに初期不整感度則の係数を，幅厚比パラメータの関数として表すことを提案した．
2) CCD および VP を用いた RSM では MCS に比べて，わずかなシミュレーションにより，破壊確率を求めることができた．またその結果は，MCS を基に算定した破壊確率と良い一致を示し，RSM により十分な精度で破壊確率を求めることができた．さらに，RSM では，厳密な限界状態関数を規定する必要がないため，この点においても非常に有効であることがわかった．

今後の課題としては，本研究では，確率変数として 2 変数を取り上げたが，実際の問題では，さらに多くの確率変数を設定する必要があり，その場合の収束性についても検討する必要がある．さらに，実際に終局強度に影響を与える不確定要因を特定し，その統計情報を収集し，データベース化する必要がある．

参考文献：1) USSP 研究会・日本構研情報（株）：USSP･Ver5.0 ユーザーズマニュアル，2001.3.，2) Koiter，W.T. : On the stability of elastic equilibrium，Delft，Holland，1945.(English translation: NASA Tech. Trans. F10: 833，1967.，3) Brodning, W.C.，Diederich, F.W. and Parker, P.S. : Structural optimization and design based on a reliability design criteria，Jornal of Spacecraft，Vol.1（1），pp, 1964.

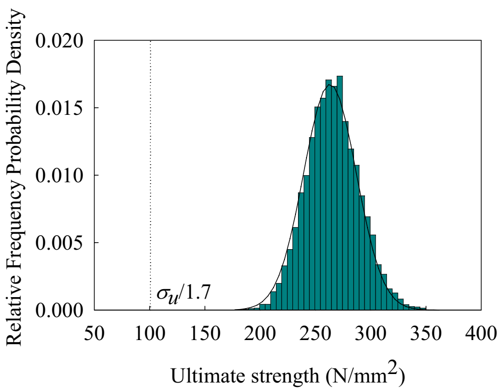

図-4　MCS の結果
（R=1.0，シミュレーション回数 n=3,000）

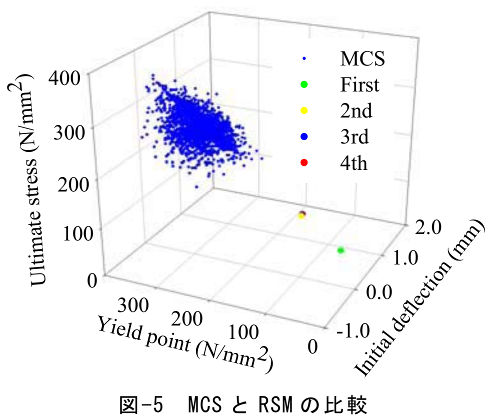

図-5　MCS と RSM の比較

表-3　MCS の結果のまとめ(R=1.0)

		平均値 μ	標準偏差 σ	変動係数 V	歪度 d_x	尖度 e_x
最大初期たわみ	ε(mm)	0.162	0.279	1.723	—	—
降伏点	σ_y(N/mm^2)	294.030	23.588	0.080	—	—
終局応力	σ_U(N/mm2)	263.226	23.801	0.090	0.175	3.224

表-4　RSM の収束状況(R=1.0)

（ⅰ）　CCD

	信頼性指標 β	破壊確率 P_f	設計点 X$_1$	設計点 X$_2$	δ
First	10.489	4.953×10^{-26}	0.433	48.352	1.049
2nd	7.477	3.828×10^{-14}	0.377	119.008	0.166
3rd	7.465	4.185×10^{-14}	0.404	119.549	0.102
4th	7.460	4.378×10^{-14}	0.436	120.034	0.061

（ⅱ）　VP

	信頼性指標 β	破壊確率 P_f	設計点 X$_1$	設計点 X$_2$	δ
First	7.033	1.013×10^{-12}	0.798	137.636	156.115
2nd	7.481	3.723×10^{-14}	0.496	120.296	17.343
3rd	7.467	4.142×10^{-14}	0.574	121.857	1.563
4th	7.460	4.345×10^{-14}	0.573	121.991	0.134

表-5　MCS と RSM の比較

（ⅰ）　R=0.3

	β	P_f	X$_1$	X$_2$	δ	誤差(%)
MonteCalroSimulation	6.657	1.408×10^{-11}				
CCD-SORM	6.651	1.468×10^{-11}	0.161	137.461	0.078	0.1
Vector Project(ε=0.9)	6.653	1.448×10^{-12}	0.198	137.400	0.006	0.1

（ⅱ）　R=1.0

	β	P_f	X$_1$	X$_2$	δ	誤差(%)
MonteCalroSimulation	6.832	4.209×10^{-12}				
CCD-SORM	7.460	4.378×10^{-14}	0.436	120.034	0.061	9.2
Vector Project(ε=0.5)	7.460	4.346×10^{-14}	0.573	121.991	0.013	9.2

（ⅲ）　R=1.6

	β	P_f	X$_1$	X$_2$	δ	誤差(%)
MonteCalroSimulation	6.937	2.008×10^{-12}				
CCD-SORM	6.964	1.668×10^{-12}	0.215	130.155	0.013	0.4
Vector Project(ε=0.9)	6.987	1.409×10^{-12}	0.215	129.600	0.100	0.7